Feuille de route : Groupe d'apprentissage

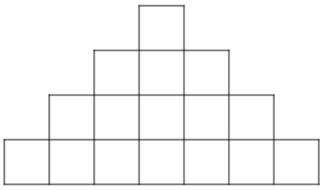
Voici une activité issue de la recherche PREMATT qui a été proposée à des élèves de la classe de CM1 à la classe de 3ème sous la même forme (seules les temporalités des différentes phases ont été différentes).

ÉNONCE :

1er temps individuel (durée variable suivant le niveau scolaire)

DÉFI : LES PYRAMIDES

Voici une pyramide à 4 étages.



Consigne :

Trouver plusieurs méthodes pour calculer le nombre de carrés nécessaires pour la construire.

Expliquer chaque méthode par un schéma, un texte ou un collage.

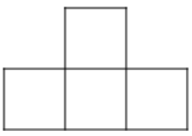
Ta recherche :

2er temps en groupe avec le même énoncé (durée variable suivant le niveau scolaire)

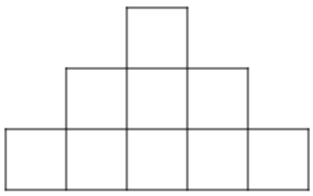
3ème temps en groupe :

DÉFI : LES PYRAMIDES

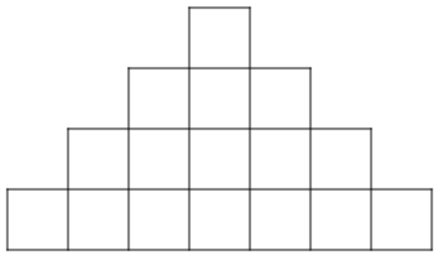
On veut construire une suite de pyramides.



Pyramide à 2 étages



Pyramide à 3 étages



Pyramide à 4 étages

1) Calculer le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages ? à 3 étages ? à 5 étages ?
2) A 10 étages ?
3) A 100 étages ?

Pour chaque question, écrivez votre calcul. Expliquez votre raisonnement avec un schéma, un texte ou un collage.

Votre recherche, vos réponses et vos raisonnements :

CONSIGNES

1) Faire une analyse *a priori* de l'activité sous l'angle de la pensée algébrique d'une part et des raisonnements d'autre part.

2) Le but de votre groupe d'apprentissage est d'adapter la ressource pour une utilisation dans votre pratique professionnelle.

Choisir un cadre d'utilisation :

En classe ☐ En formation initiale sur les problèmes de recherche en M1 ☐ en M2 ☐

En formation initiale sur l'algèbre en M1 ☐ en M2 ☐ En formation continue ☐

RAPPEL DU CADRE THEORIQUE :

D'après Vlassis, J., Demonty, I. & Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à traversune activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. Nouveauxcahiers de la recherche en éducation, 20 (3), 131–155. https://doi.org/10.7202/1055731ar

A propos de la pensée algébrique :

(….) La perspective du développement précoce de la pensée algébrique, c'est-à-dire avant l'introduction du symbolisme formel de l'algèbre, amène à définir la pensée algébrique autrement que par la présence des signes alphanumériques. Nous reprenons à Radford (2014) les caractéristiques d'une pensée algébrique :

1. L'indéterminée : Le problème implique des nombres non connus (inconnues, variables, etc.).

2. La dénotation : Celle-ci consiste à nommer ou symboliser cette indéterminée. Cette dénotation peut se faire de différentes manières : à l'aide du code alphanumérique, mais aussi à l'aide du langage naturel, des gestes ou de signes non conventionnels.

3. L'analycité : Celle-ci consiste à traiter les quantités indéterminées comme si elles étaient connues et à parvenir à réaliser des opérations sur ces nombres inconnus.

RAPPEL DU CADRE THEORIQUE :

D'après Vlassis, J., Demonty, I. & Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à traversune activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. Nouveauxcahiers de la recherche en éducation, 20 (3), 131–155. https://doi.org/10.7202/1055731ar

Les raisonnements

Radford (2006, 2008) a identifié trois types de raisonnements des élèves dans la généralisation issue du contexte de suites arithmétiques. Nous les résumons brièvement ici.

1. L'«induction naïve»

L'«induction naïve» consiste à rechercher un motif inconnu en analysant les caractéristiques d'un seul motif connu ou en identifiant de manière incorrecte la structure du motif.

Dans le cas de l'activité du carré bordé, il s'agirait, par exemple, de considérer que si pour un carré de 3 carrés blancs de côté il faut 16 carrés grisés, alors pour un carré de 6 carrés blancs de côté il en faudra le double, c'est-à-dire 32. On applique ainsi la proportionnalité de manière inadéquate.

2. La «généralisation arithmétique»

Dans la «généralisation arithmétique», a personne identifie un point commun à travers l'analyse de plusieurs termes de la suite. Il s'agit de l'accroissement constant entre les termes consécutifs (par exemple, ajouter chaque fois 2 à chaque terme consécutif, comme dans l'exemple de la figure 1), c'est-à-dire de la mise en évidence de la «raison». Cette généralisation permet de prédire les cas proches. Cependant, un tel raisonnement empêche l'élève de déterminer un terme lointain à partir d'un terme déjà connu en ne prenant en considération «qu'un seul élément» de la régularité, en l'occurrence la raison. Ce type de généralisation apparaît fréquemment dans le cas de suites arithmétiques dont les motifs (patterns) figuratifs sont présentés dans un ordre croissant, comme dans l'exemple suivant :

Figure 1 - Exemple de suite arithmétique dont les motifs (patterns) figuratifs sont présentés dans un ordre croissant (Radford, 2006, p. 5)

Elle peut apparaître également dans le cas du carré bordé chez des élèves qui pointeraient que :

- pour un carré de 2 carrés blancs de côté il faut 12 carrés grisés ;
- pour un carré de 3 carrés blancs de côté il faut 16 carrés grisés ;
- et que, donc, pour un carré de 4 carrés blancs de côté il en faudra 4 de plus, à savoir 20 carrés grisés.

3. La «généralisation algébrique»

Dans la «généralisation algébrique», l'élève identifie une régularité à travers l'analyse de quelques termes de la suite qu'il peut ensuite généraliser pour tous les termes de la suite. Dans le cas du «carré bordé», l'élève se base sur la mise en relation de «deux éléments»: le nombre de carrés blancs sur un côté et le nombre de carrés grisés correspondant (basé sur l'analyse du dessin). Cette régularité est ensuite étendue aux autres termes de la suite. Dans le «carré bordé», un raisonnement de type «généralisation algébrique» serait par exemple de «voir» que le nombre de carrés blancs sur le côté est repris quatre fois sur le contour des carrés grisés auxquels il faudra ajouter les quatre carrés des coins (4. n+4).