

## Ateliers - Plage n°1 – Thème 1

1h30

### Atelier 1.1

#### **Initier au raisonnement dans le secondaire : intentions et réalités**

Choquet Christine (CREN Université de Nantes, ESPE Académie de Nantes), Grau Sylvie (CREN Université de Nantes, ESPE Académie de Nantes).

Les professeurs de mathématiques, débutants ou expérimentés, mettent en place dans des classes de collège et de lycée des situations destinées à initier les élèves au raisonnement et à la preuve, notamment en lien avec les instructions officielles (MEN 2016) qui préconisent de développer chez tous les élèves la compétence « raisonner ». Nous proposons dans l'atelier d'étudier certaines de ces situations. Il s'agira, en lien avec le thème 1 du colloque, de comprendre comment la justification et le raisonnement sont abordés. Nous nous appuyerons sur un corpus (documents distribués aux élèves, déroulement des séances, productions des élèves ainsi qu'intentions d'enseignement des enseignants recueillies lors d'entretiens) que nous avons analysé dans le cadre de la formation initiale (Choquet, à paraître), d'une formation continue et d'une thèse (Grau, 2017). Nos analyses se situent dans deux cadres théoriques que nous précisons : l'apprentissage par problématisation (Fabre et Orange, 1997) et la double approche didactique et ergonomique en termes d'adaptations des connaissances (Robert, 2008). L'atelier se déroulera en trois temps. Le premier sera consacré à l'analyse *a priori* de ces situations, les participants pourront s'approprier les documents et débattre de leur pertinence au regard des savoirs et compétences mathématiques en jeu. Nous exposerons ensuite notre propre analyse en lien avec les deux cadres théoriques choisis. Nous terminerons par des échanges avec les participants. Il s'agira de discuter ces résultats selon divers axes : les attentes institutionnelles, les cadres théoriques de recherche, leur utilisation en formation initiale et/ou continue. Nous tenterons ainsi de détacher des éléments de problématisation du rôle du raisonnement, de la preuve et de la démonstration dans l'activité mathématique scolaire.

ARSAC, G. et al. (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Presses universitaires de Lyon, IREM de Lyon.

BALACHEFF, N. (1982) Preuve et démonstration en mathématiques au collège. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 3 (3). 261-304.

CHOQUET, C (à paraître) Formation à l'analyse de l'activité des élèves en mathématiques au cycle 3 : une complémentarité de deux cadres théoriques. *Ressources pour la formation, l'Ecole et les apprentissages scolaires*. Nantes. Disponible en ligne [https://espe.univ-nantes.fr/recherche-innovation/nos-publications--2343712.kjsp?RH=1223642640840]

FABRE, M. et ORANGE, C. (1997) Construction des problèmes et franchissement des obstacles. *Aster* 24. 37-57. INRP.

GRAU, S. (2017) Modélisation : le cas des fonctions affines. *Repères IREM* 108. 41-62.

ROBERT, A. (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck, F. (Dir.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès édition.

### Atelier 1.2

#### **Des preuves exemplaires : pour quels apprentissages ?**

Groupe R2C2 (raisonner, (re)chercher, communiquer) de l'IREM de Paris

Contact : [zoe.mesnil@univ-paris-diderot.fr](mailto:zoe.mesnil@univ-paris-diderot.fr)

L'apparition de « démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des modalités variées » dans les nouveaux programmes pour le lycée rejoint les préoccupations de notre groupe : que peut-on

dire de la démonstration et du raisonnement en général à l'aide de ces démonstrations particulières, avec quels mots, quelle formalisation, selon quelle progression du collège au lycée ?

En nous appuyant sur des travaux francophones fondateurs (Balacheff 1987, Duval 1993, Gandit 2011, Grenier et Payan 1998, et sur des travaux plus récents qui se focalisent plus sur la dimension langagière de l'activité de preuve (Hache et Mesnil 2015, Barrier, Durand-Guerrier et Mesnil à paraître), nous identifions différents points d'entrée dans la preuve : comprendre la nature de la preuve ; conjecturer, identifier/énoncer une propriété à démontrer ; structurer une preuve ; rédiger une démonstration.

Nous proposons alors, à partir des preuves exemplaires proposées pour la Seconde, de réfléchir à comment les situer dans une progression sur l'apprentissage de cette notion de preuve, à ce qui peut être dégagé du travail sur ces preuves pour un travail sur la preuve en général, aux différentes modalités d'activités, chacune privilégiant éventuellement une des entrées décrites, aux différentes rédactions possibles, les nôtres, celles des élèves ou celles des manuels. Pour cela, nous écrivons des preuves, nous en lisons, nous en discuterons.

Balacheff, N. (1987) Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics* 18, pp 147-176.

Barrier, T., Durand-Guerrier, V. et Mesnil, Z. (accepté). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématique, à paraître dans *Education et Didactique*.

Duval, R. (1993) Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive ? *Petit's* 31, pp. 37-61.

Gandit, M. (2011) Etude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement. Une ingénierie de formation. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2010*, pp 175-197.

Grenier, D. et Payan, C. (1998) Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématique discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques* 18.1, pp 59-100.

Hache, C. et Mesnil, Z. (2015) Pratiques Langagières et preuves. *Actes du 22<sup>e</sup> colloque de la CORFEM*, Nîmes, juin 2015.

### Atelier 1.3

#### **Raisonner, prouver, démontrer ... quelles fonctions dans l'enseignement et de formation ?**

Cabassut Richard, Université de Strasbourg, IREM de Strasbourg, LISEC EA 2310, richard.cabassut@unistra.fr

Fenech Antoine, Collège International de l'Esplanade, Strasbourg, IREM de Strasbourg.

D'abord nous rappellerons quelques éléments théoriques sur les différents raisonnements disponibles dans l'enseignement et la formation, et sur les différentes fonctions de la validation (Cabassut & al. 2011). Ensuite nous nous répartirons en groupes pour étudier des exemples de démonstrations issus des rapports de jurys des concours de recrutement du secondaire (MEN 2018a, 2018b), des exemples de raisonnements et de démonstrations issus des programmes et ressources officiels du second degré (MEN 2016), des exemples de situations propices au raisonnement et à la démonstration proposés par les animateurs de l'atelier (Cabassut 2018). Enfin la discussion collective des analyses des groupes portera sur les fonctions du raisonnement et de la démonstration et de leur scénarisation (Cabassut 2017) dans l'enseignement et la formation.

Cabassut R. & al. (2011) Conceptions of proof – in research and in teaching. *Proof and Proving in Mathematics* . G. Hanna and M. de Villiers (eds.). New ICMI Study Series 15. Springer.

Cabassut R. (2017) Formation initiale de professeurs stagiaires : regards sur la modélisation mathématique en classe, In Braconne-Michoux, A, Gibel, P. & Oliveira, I. (dir.), *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants*. Québec : Livres en ligne du CRIRES. [http://lel.crires.ulaval.ca/public/BraconneMichoux\\_Gibel\\_Oliveira\\_2017.pdf](http://lel.crires.ulaval.ca/public/BraconneMichoux_Gibel_Oliveira_2017.pdf)

Cabassut R. (2018) L'enseignement de la démonstration en géométrie en Allemagne. In Dorier J.-L., Gueudet G., Peltier M.-P., Robert A., Roditi F. (dir.) *Enseigner les mathématiques. Didactique et enjeux de l'apprentissage*. Paris : Belin.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale) (2016) Compétences travaillées en mathématiques. Raisonner. Téléchargé le 12/03/19 à

[http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences\\_travaillees/83/6/RA16\\_C4\\_MATH\\_raisonner\\_547836.pdf](http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf)

MEN (2018a) CAPES Externe de Mathématiques : rapport de jury. Ministère de l'Éducation Nationale. Téléchargé le 12/03/19 à :

[http://media.devenirenseignant.gouv.fr/file/externe/34/0/rj-2018-capes-externe-mathematiques\\_1009340.pdf](http://media.devenirenseignant.gouv.fr/file/externe/34/0/rj-2018-capes-externe-mathematiques_1009340.pdf)

MEN (2018b) CAPLP Externe de Mathématiques et Sciences : rapport de jury. Ministère de l'Éducation Nationale. Téléchargé le 12/03/19 à :

[http://media.devenirenseignant.gouv.fr/file/3e\\_concours/70/0/rj-2018-troisieme\\_concours-maths-physique-chimie\\_1000700.pdf](http://media.devenirenseignant.gouv.fr/file/3e_concours/70/0/rj-2018-troisieme_concours-maths-physique-chimie_1000700.pdf)

#### Atelier 1.4

##### **Les cas d'isométrie des triangles et les aires, des outils de démonstration pour le cycle 4.**

Daniel Perrin, Pr honoraire université Paris sud, Marie-Jeanne Perrin Pr émérite université d'Artois, Anne Pinvidic, professeur collègue Joliot-Curie 94120 Fontenay-sous-bois ; tous trois membres du groupe géométrie de l'IREM de Paris.

Nous partons de l'hypothèse, étayée par une analyse mathématique et une analyse didactique appuyée notamment sur les travaux de Duval, que les cas d'isométrie des triangles et les invariants (longueurs, angles, aires) fournissent des outils de démonstration plus accessibles pour les élèves du cycle 4 que les transformations. Les programmes actuels donnent la possibilité d'organiser l'enseignement de la géométrie en les plaçant au début de la progression du cycle 4. Ce choix permet de donner toute sa place à la démonstration dans le cours et fournit de nombreux exercices pour les élèves. Le but de l'atelier est de discuter ces choix en s'appuyant sur des réalisations en classe et un stage de formation continue de l'IREM.

Organisation prévue : apport d'information 30 minutes ; travail des participants : 30 minutes ; discussion : 30 minutes.

#### Atelier 1.5

##### **Construire une progression (niveaux collège ou seconde) sur l'apprentissage de la preuve : apport de l'évaluation formative**

Michèle Gandit (ESPE / IREM de Grenoble)

La preuve en mathématiques est difficile à enseigner, du fait de sa nature double de *processus*, qui relève de l'investigation, et de *produit*, qui est un texte formalisé. Les enseignants rencontrent des difficultés à enseigner la preuve (Gandit, 2004). Une première hypothèse de travail est que l'apprentissage de la preuve ne s'appréhende pas en commençant par un travail sur l'écriture d'un texte formel, mais bien plutôt par une démarche d'investigation, qui permet d'entrer dans un processus de preuve. Ceci nous amène à caractériser un enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation des élèves (Gandit, 2015) par des critères à considérer du côté de l'enseignant.e, d'une part, de l'élève, d'autre part. Ce modèle permet de décrire la pratique scientifique de l'élève en quatre catégories d'actions : expérimenter, généraliser, communiquer, questionner. Dans ce modèle la preuve est transversale aux trois premières de ces catégories. Une seconde hypothèse de travail est qu'une formation relative à la preuve intègre nécessairement une mise en situation de preuve. Nous proposons un exemple d'ingénierie de formation sur la preuve intégrant ces deux aspects, *outil* et *objet* (Douady, 1986). Les participants analyseront plus particulièrement une des situations de formation de cette ingénierie, en combinant le point de vue de la didactique et celui de l'évaluation formative (Lepareur, Gandit & Grangeat, 2018). Il s'agira d'apporter des éléments de réponse à la question suivante : dans quelle mesure l'analyse critériée de progressions annuelles portant sur l'apprentissage de la preuve, permet-elle aux enseignants d'entrer dans un processus d'évaluation formative, qui pourrait déboucher sur une amélioration de l'enseignement de la preuve dans les classes ?

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 5-31.

- Gandit, M. (2004). Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants de mathématiques, première partie. *Petit x (65)*, 36-49.
- Gandit, M. (2008). Etude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement. Une ingénierie de formation. Thèse de l'université J. Fourier, Grenoble I.
- Gandit, M. (2015) L'évaluation au cours de séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en éducation*, 25, 67-80, 2015. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02021829> (cons. 04/03/2019)
- Lepareur, C., Gandit, M. & Grangeat, M. (2018). Evaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas, *Education et Didactique*, 11-3. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02021829> (cons. 04/03/2019)